

## ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

### 1. ΓΕΝΙΚΑ

<b>ΣΧΟΛΗ</b>	ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ		
<b>ΤΜΗΜΑ</b>	ΦΥΣΙΚΗΣ		
<b>ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΠΟΥΔΩΝ</b>	Προπτυχιακό		
<b>ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ</b>	21002	<b>ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ</b>	2 <sup>ο</sup>
<b>ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ</b>	Ανάλυση II		
<b>ΑΥΤΟΤΕΛΕΙΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ</b> <i>σε περίπτωση που οι πιστωτικές μονάδες απονέμονται σε διακριτά μέρη του μαθήματος π.χ. Διαλέξεις, Εργαστηριακές Ασκήσεις κ.λπ. Αν οι πιστωτικές μονάδες απονέμονται ενιαία για το σύνολο του μαθήματος αναγράψτε τις εβδομαδιαίες ώρες διδασκαλίας και το σύνολο των πιστωτικών μονάδων</i>	<b>ΕΒΔΟΜΑΔΙ ΑΙΕΣ ΩΡΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ</b>	<b>ΠΙΣΤΩΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ</b>	
Διαλέξεις	4	6	
Ασκήσεις	2		
<b>Συνολικά</b>	<b>6</b>		
<i>Προσθέστε σειρές αν χρειαστεί. Η οργάνωση διδασκαλίας και οι διδακτικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται περιγράφονται αναλυτικά στο 4.</i>			
<b>ΤΥΠΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ</b> <i>Υποβάθρου, Γενικών Γνώσεων, Επιστημονικής Περιοχής, Ανάπτυξης Δεξιοτήτων</i>	Υποβάθρου / Επιστημονικής Περιοχής		
<b>ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ:</b>	Ανάλυση I, Γραμμική Άλγεβρα I - Αναλυτική Γεωμετρία		
<b>ΓΛΩΣΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ και ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ:</b>	Ελληνική		
<b>ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΡΟΣΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΦΟΙΤΗΤΕΣ ERASMUS</b>	Ναι (Προαιρετικά)		
<b>ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ (URL)</b>	<a href="https://www.phys.uth.gr/mathimata/mathima-21002/">https://www.phys.uth.gr/mathimata/mathima-21002/</a>		

### 2. ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

#### Μαθησιακά Αποτελέσματα

Περιγράφονται τα μαθησιακά αποτελέσματα του μαθήματος οι συγκεκριμένες γνώσεις, δεξιότητες και ικανότητες καταλλήλου επιπέδου που θα αποκτήσουν οι φοιτητές μετά την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος.

Συμβουλευτείτε το Παράρτημα Α

- Περιγραφή του Επιπέδου των Μαθησιακών Αποτελεσμάτων για κάθε ένα κύκλο σπουδών σύμφωνα με Πλαίσιο Προσόντων του Ευρωπαϊκού Χώρου Ανώτατης Εκπαίδευσης
- Περιγραφικοί Δείκτες Επιπέδων 6, 7 & 8 του Ευρωπαϊκού Πλαισίου Προσόντων Διά Βίου Μάθησης

και Παράρτημα Β

- Περιληπτικός Οδηγός συγγραφής Μαθησιακών Αποτελεσμάτων

Το μάθημα αποσκοπεί στην εξοικείωση των φοιτητών/τριών με τις βασικές έννοιες και μεθόδους του Λογισμού συναρτήσεων πολλών μεταβλητών και της Διανυσματικής Ανάλυσης. Κατά τη διάρκεια του μαθήματος οι φοιτητές/τριες θα εντυπώσουν στα παρακάτω θέματα της Αναλύσεως, τα οποία στη συνέχεια θα εμπεδώσουν και θα εφαρμόσουν σε διάφορα φυσικά προβλήματα.

- Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών
- Όρια και συνέχεια σε πολλές διαστάσεις
- Διαφορικός Λογισμός συναρτήσεων πολλών μεταβλητών
- Πολλαπλά ολοκληρώματα
- Διανυσματικές συναρτήσεις και καμπύλες

- Επικαμπύλια ολοκληρώματα
- Επιφάνειες και επιφανειακά ολοκληρώματα
- Διαφορικοί τελεστές
- Ολοκληρωτικά θεωρήματα της Διανυσματικής Ανάλυσης

Οι φοιτητές/τριες μετά την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος θα πρέπει να έχουν αποκτήσει το απαραίτητο μαθηματικό υπόβαθρο για την ευρύτερη και βαθύτερη κατανόηση εννοιών της Μαθηματικής Ανάλυσης, να έχουν κατανοήσει τις σημαντικές εφαρμογές του Απειροστικού Λογισμού και της Διανυσματικής Ανάλυσης στις φυσικές επιστήμες και να μπορούν να εφαρμόζουν άμεσα τα κατάλληλα μαθηματικά εργαλεία για την επίλυση φυσικών προβλημάτων. Παράλληλα στόχος είναι η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των φοιτητών.

### Γενικές Ικανότητες

Λαμβάνοντας υπόψη τις γενικές ικανότητες που πρέπει να έχει αποκτήσει ο πτυχιούχος (όπως αυτές αναγράφονται στο Παράρτημα Διπλώματος και παρατίθενται ακολούθως) σε ποια / ποιες από αυτές αποσκοπεί το μάθημα:

Αναζήτηση, ανάλυση και σύνθεση δεδομένων και πληροφοριών, με τη χρήση και των απαραίτητων τεχνολογιών  
Προσαρμογή σε νέες καταστάσεις  
Λήψη αποφάσεων  
Αυτόνομη εργασία  
Ομαδική εργασία  
Εργασία σε διεθνές περιβάλλον  
Εργασία σε διεπιστημονικό περιβάλλον  
Παράγωγή νέων ερευνητικών ιδεών

Σχεδιασμός και διαχείριση έργων  
Σεβασμός στη διαφορετικότητα και στην πολυπολιτισμικότητα  
Σεβασμός στο φυσικό περιβάλλον  
Επίδειξη κοινωνικής, επαγγελματικής και ηθικής υπευθυνότητας και ευαισθησίας σε θέματα φύλου  
Άσκηση κριτικής και αυτοκριτικής  
Προαγωγή της ελεύθερης, δημιουργικής και επαγωγικής σκέψης

- Αυτόνομη εργασία
- Ομαδική εργασία
- Προαγωγή της ελεύθερης, δημιουργικής και επαγωγικής σκέψης
- Αναζήτηση και αξιοποίηση βιβλιογραφίας
- Η ανάπτυξη των ικανοτήτων της ακρίβειας, της γενίκευσης και της αφαίρεσης

### 3. ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

#### 1) Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών

Οι χώροι  $R^2$ ,  $R^3$  και  $R^n$ , πραγματικές συναρτήσεις πολλών πραγματικών μεταβλητών, εύρεση και σχεδίαση πεδίου ορισμού συναρτήσεων δύο και τριών μεταβλητών, γραφική παράσταση συνάρτησης δύο μεταβλητών, ισοσταθμικές καμπύλες και επιφάνειες, βασικές τοπολογικές έννοιες, όρια και συνέχεια σε πολλές διαστάσεις

#### 2) Διαφορικός Λογισμός συναρτήσεων πολλών μεταβλητών

Μερικές παράγωγοι, γεωμετρική ερμηνεία μερικών παραγώγων συνάρτησης δύο μεταβλητών, μερικές παράγωγοι ανωτέρας τάξεως, θεώρημα Schwarz, διαφορισμότητα, ολικό διαφορικό, ολικά διαφορικά ανωτέρας τάξεως, κανόνας αλυσιδωτής παραγώγισης, ομογενείς συναρτήσεις, θεώρημα Euler, πεπλεγμένες συναρτήσεις, επιλυσιμότητα εξισώσεων και συστημάτων, Ιακωβιανές ορίζουσες, συναρτησιακή εξάρτηση, ανάπτυγμα Taylor για συναρτήσεις δύο μεταβλητών, παράγωγοι κατά κατεύθυνση, διανύσματα κλίσεως, εφαπτόμενα επίπεδα, ακρότατα και σαγματικά σημεία, δεσμευμένα τοπικά ακρότατα, πολλαπλασιαστές Lagrange

#### 3) Πολλαπλά Ολοκληρώματα

- Διπλά ολοκληρώματα, αθροίσματα Riemann, διπλά ολοκληρώματα σε ορθογώνιες περιοχές, διπλά ολοκληρώματα σε φραγμένες περιοχές, θεώρημα Fubini, γεωμετρική ερμηνεία διπλού ολοκληρώματος, ιδιότητες διπλών ολοκληρωμάτων, υπολογισμός διπλών ολοκληρωμάτων με αλλαγή

μεταβλητών, υπολογισμός διπλών ολοκληρωμάτων σε πολικές συντεταγμένες, εφαρμογές, υπολογισμός εμβαδών και όγκων, κέντρα μάζας λεπτών στρωμάτων του επιπέδου

- Τριπλά ολοκληρώματα, αθροίσματα Riemann, τριπλά ολοκληρώματα σε ορθογώνια παραλληλεπίπεδα, τριπλά ολοκληρώματα σε φραγμένες περιοχές, θεώρημα Fubini, ιδιότητες τριπλών ολοκληρωμάτων, υπολογισμός τριπλών ολοκληρωμάτων με αλλαγή μεταβλητών, υπολογισμός τριπλών ολοκληρωμάτων σε κυλινδρικές συντεταγμένες, υπολογισμός τριπλών ολοκληρωμάτων σε σφαιρικές συντεταγμένες, εφαρμογές, υπολογισμός όγκων, κέντρα μάζας σωμάτων του χώρου

#### 4) Θεωρία Καμπυλών - Επικαμπύλια Ολοκληρώματα

- Διανυσματικές συναρτήσεις μιας πραγματικής μεταβλητής, όρια και συνέχεια, παράγωγος, κανόνες παραγωγίσης, ολοκληρώματα διανυσματικών συναρτήσεων, διανυσματικές συναρτήσεις σταθερού μέτρου, καμπύλες στο επίπεδο και στο χώρο, εφαπτόμενο διάνυσμα σε καμπύλη, μήκος τόξου καμπύλης, η καμπύλη ως τροχιά κίνησης ενός υλικού σημείου, διανύσματα ταχύτητας και επιτάχυνσης, συνοδεύουν τρίεδρο Frenet, εγγύτατο, κάθετο και ευθειοποιούν επίπεδο, καμπυλότητα και στρέψη, τύποι των Frenet-Serret, κίνηση σε πολικές και κυλινδρικές συντεταγμένες
- Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα βαθμωτής συνάρτησης (πρώτου είδους), βασικές ιδιότητες, μήκος καμπύλης, κέντρα μάζας λεπτών σωμάτων του χώρου, διανυσματικά πεδία, επικαμπύλιο ολοκλήρωμα διανυσματικής συνάρτησης (δεύτερου είδους), βασικές ιδιότητες, εφαρμογές, έργο εκτελούμενο από δύναμη επί καμπύλης, ροή και κυκλοφορία κατά μήκος καμπύλης

#### 5) Επιφανειακά Ολοκληρώματα

Επιφάνειες, παραμετρικοποιήσεις επιφανειών, επιφανειακό ολοκλήρωμα βαθμωτής συνάρτησης (πρώτου είδους), βασικές ιδιότητες, εμβαδόν επιφάνειας, κέντρα μάζας λεπτών κελυφών του χώρου, προσανατολισμένες ή δίπλευρες επιφάνειες, επιφανειακό ολοκλήρωμα διανυσματικής συνάρτησης (δεύτερου είδους), βασικές ιδιότητες, εφαρμογές, ροή διανυσματικού πεδίου διαμέσου επιφάνειας

#### 6) Διανυσματική Ανάλυση

- Διαφορικοί τελεστές στο επίπεδο και στο χώρο, τελεστής Hamilton ή ανάδελτα, τελεστής Laplace, κλίση, απόκλιση, στροβιλισμός, βασικές ιδιότητες, συνεκτικά και απλά συνεκτικά υποσύνολα του επιπέδου και του χώρου, πολλαπλά συνεκτικά υποσύνολα του επιπέδου, επικαμπύλια ολοκληρώματα ανεξάρτητα του δρόμου ολοκληρώσεως στο επίπεδο και στο χώρο, συντηρητικά (διατηρητικά) πεδία, συνάρτηση δυναμικού, τέλει διαφορικό, θεμελιώδες θεώρημα επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων, αστρόβιλα και σωληνοειδή πεδία, αναπαράσταση Helmholtz
- Τα τρία βασικά ολοκληρωτικά θεωρήματα της Διανυσματικής Ανάλυσης:
  - Θεώρημα του Green
  - Θεώρημα του Stokes
  - Θεώρημα του Gauss ή θεώρημα της απόκλισης

## 4. ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ και ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

<b>ΤΡΟΠΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ</b> <i>Πρόσωπο με πρόσωπο, Εξ αποστάσεως εκπαίδευση κ.λπ.</i>	Διαλέξεις στο αμφιθέατρο με τη φυσική παρουσία του διδάσκοντα και των φοιτητών.
<b>ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ</b> <i>Χρήση Τ.Π.Ε. στη Διδασκαλία, στην Εργαστηριακή Εκπαίδευση, στην Επικοινωνία με τους φοιτητές</i>	Υποστήριξη μαθησιακής διαδικασίας μέσω της ηλεκτρονικής πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης Open eClass. Χρήση υπολογιστή και βιντεοπροβολέα για την παρουσίαση βασικών θεμάτων της θεωρίας. Χρήση σύγχρονου μαθηματικού λογισμικού και μαθηματικών εργαλείων (Wolfram Mathematica,

	Maple) που βοηθούν στην κατανόηση και αφομοίωση της ύλης.													
<p><b>ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ</b>          Περιγράφονται αναλυτικά ο τρόπος και μέθοδοι διδασκαλίας.          Διαλέξεις, Σεμινάρια, Εργαστηριακή Άσκηση, Άσκηση Πεδίου, Μελέτη &amp; ανάλυση βιβλιογραφίας, Φροντιστήριο, Πρακτική (Τοποθέτηση), Κλινική Άσκηση, Καλλιτεχνικό Εργαστήριο, Διαδραστική διδασκαλία, Εκπαιδευτικές επισκέψεις, Εκπόνηση μελέτης (project), Συγγραφή εργασίας / εργασιών, Καλλιτεχνική δημιουργία, κ.λπ.</p> <p>Αναγράφονται οι ώρες μελέτης του φοιτητή για κάθε μαθησιακή δραστηριότητα καθώς και οι ώρες μη καθοδηγούμενης μελέτης ώστε ο συνολικός φόρτος εργασίας σε επίπεδο εξαμήνου να αντιστοιχεί στα standards του ECTS</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Δραστηριότητα</th> <th>Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Διαλέξεις</td> <td>4x13=52</td> </tr> <tr> <td>Φροντιστηριακές Ασκήσεις</td> <td>2x13=26</td> </tr> <tr> <td>Αυτοτελής Μελέτη κατά τη διάρκεια του εξαμήνου</td> <td>52</td> </tr> <tr> <td>Εκπόνηση γραπτών εργασιών και επίλυση ασκήσεων κατ' οίκον</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td><b>Σύνολο Μαθήματος (26 ώρες φόρτου εργασίας ανά πιστωτική μονάδα)</b></td> <td><b>150</b></td> </tr> </tbody> </table>	Δραστηριότητα	Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου	Διαλέξεις	4x13=52	Φροντιστηριακές Ασκήσεις	2x13=26	Αυτοτελής Μελέτη κατά τη διάρκεια του εξαμήνου	52	Εκπόνηση γραπτών εργασιών και επίλυση ασκήσεων κατ' οίκον	20	<b>Σύνολο Μαθήματος (26 ώρες φόρτου εργασίας ανά πιστωτική μονάδα)</b>	<b>150</b>	
	Δραστηριότητα	Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου												
	Διαλέξεις	4x13=52												
	Φροντιστηριακές Ασκήσεις	2x13=26												
	Αυτοτελής Μελέτη κατά τη διάρκεια του εξαμήνου	52												
	Εκπόνηση γραπτών εργασιών και επίλυση ασκήσεων κατ' οίκον	20												
<b>Σύνολο Μαθήματος (26 ώρες φόρτου εργασίας ανά πιστωτική μονάδα)</b>	<b>150</b>													
<p><b>ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΦΟΙΤΗΤΩΝ</b>          Περιγραφή της διαδικασίας αξιολόγησης</p> <p>Γλώσσα Αξιολόγησης, Μέθοδοι αξιολόγησης, Διαμορφωτική ή Συμπερασματική, Δοκιμασία Πολλαπλής Επιλογής, Ερωτήσεις Σύντομης Απάντησης, Ερωτήσεις Ανάπτυξης Δοκιμιών, Επίλυση Προβλημάτων, Γραπτή Εργασία, Έκθεση / Αναφορά, Προφορική Εξέταση, Δημόσια Παρουσίαση, Εργαστηριακή Εργασία, Κλινική Εξέταση Ασθενούς, Καλλιτεχνική Ερμηνεία, Άλλη / Άλλες</p> <p>Αναφέρονται ρητά προσδιορισμένα κριτήρια αξιολόγησης και εάν και που είναι προσβάσιμα από τους φοιτητές.</p>	Γλώσσα Αξιολόγησης : Ελληνική	<p>Μέθοδος Αξιολόγησης: Γραπτή τελική εξέταση τρίωρης διάρκειας.          Πιθανή διαδικασία διαρκούς αξιολόγησης κατά την κρίση του διδάσκοντα (συνολική παρουσία, προσπάθεια και ενεργή συμμετοχή των φοιτητών/τριών κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού εξαμήνου).</p> <p>Η ακριβής διαδικασία αξιολόγησης ανακοινώνεται στους φοιτητές/τριες και αναρτάται στο Open eClass στην αρχή του εξαμήνου.</p>												

## 5. ΣΥΝΙΣΤΩΜΕΝΗ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

-Προτεινόμενη Βιβλιογραφία :

- [1] Χαράλαμπος Γ. Ζαγούρας, Δημήτριος Ν. Γεωργίου, Γενικά Μαθηματικά, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, 2019, Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 86196419.
- [2] Joel Hass, Christopher Heil, Maurice D. Weir, THOMAS Απειροστικός λογισμός (μετάφραση της 14ης αμερικανικής έκδοσης), ΙΤΕ-Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2018, Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 77107082.
- [3] Μαρία Κωνσταντινίδου, Κάρολος Σεραφειμίδης, Λογισμός συναρτήσεων πολλών μεταβλητών και διανυσματική ανάλυση, Εκδόσεις "σοφία", 2012, Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 22766838.
- [4] Jerold E. Marsden, Antony J. Tromba, Διανυσματικός λογισμός, ΙΤΕ-Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2010, Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 211.
- [5] Παντελίδης Γεώργιος Ν., Ανάλυση, Τόμος ΙΙ, Εκδόσεις Ζήτη, 2001, Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 10967.
- [6] Ν. Μυλωνάς, Χ. Σχοινάς, Γ. Παπασχοινόπουλος, Λογισμός συναρτήσεων πολλών μεταβλητών και εισαγωγή στις διαφορικές εξισώσεις, Εκδόσεις Α. Τζιόλα & Υιός Α.Ε., 2016, Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 50655960.
- [7] Michael Spivak, Λογισμός σε πολλαπλότητες. Μια μοντέρνα προσέγγιση στα κλασικά θεωρήματα του προχωρημένου λογισμού, ΙΤΕ-Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 1994, Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 235.

